

Теоретические вопросы по теории вероятностей

1. Пространство элементарных событий. Алгебра событий, свойства, геометрическая интерпретация. Аксиоматическое построение вероятностей.
2. Классическая схема: вероятность, свойства. Теорема сложения вероятностей. Задача о выборке.
3. Геометрическая схема: вероятность. Задача о встрече.
4. Условная вероятность. Независимость событий. Формула умножения.
5. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
6. Схема Бернулли повторных независимых испытаний. Формула Бернулли.
7. Случайная величина. Функция распределения. Свойства.
8. Дискретные случайные величины, их распределения. Производящие функции, их свойства. Примеры.
9. Сумма и произведение дискретных случайных величин, их распределения.
10. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Его свойства. Связь с производящей функцией.
11. Дисперсия дискретной случайной величины. Ее свойства. Связь с производящей функцией.
12. Биномиальное распределение, его производящая функция, математическое ожидание, дисперсия. Задачи, к нему приводящие.
13. Геометрическое распределение, его производящая функция, математическое ожидание, дисперсия. Задачи, к нему приводящие.
14. Распределение Пуассона, его производящая функция, математическое ожидание, дисперсия. Задачи, к нему приводящие.
15. Функция дискретной случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия функции дискретной случайной величины.
16. Дискретные случайные векторы. Таблица распределения. Свойства совместного распределения.
17. Функция дискретного случайного вектора. Примеры. Математическое ожидание функции дискретного случайного вектора.
18. Непрерывные случайные величины. Плотность распределения, ее свойства.
19. Математическое ожидание непрерывной случайной величины. Ее выражение через характеристическую функцию. Свойства.
20. Дисперсия, свойства. Дисперсия непрерывной случайной величины. Ее выражение через характеристическую функцию.
21. Равномерное распределение, его характеристическая функция, математическое ожидание, дисперсия.
22. Показательное распределение, его характеристическая функция, математическое ожидание, дисперсия.
23. Нормальное распределение, его характеристическая функция (без доказательства), математическое ожидание, дисперсия.
24. Вероятность попадания в интервал непрерывной случайной величины, ее выражение через функцию Лапласа в случае нормального распределения непрерывной случайной величины.
25. Гамма-распределение, его математическое ожидание, дисперсия. Распределение χ^2 . («хи-квадрат»).
26. Двумерные распределения. Функция совместного распределения. Ее свойства.

27. Плотность двумерного распределения. Ее свойства. Связь с одномерными распределениями. Вероятность попадания в область непрерывного случайного вектора.
28. Равномерное и нормальное двумерные распределения. Их свойства.
29. Функция непрерывной случайной величины. Ее плотность распределения. Квадрат стандартной нормальной случайной величины.
30. Математическое ожидание и дисперсия функции непрерывной случайной величины. Примеры.
31. Сумма непрерывных случайных величин. Свертка плотностей.
32. Корреляционный момент и коэффициент корреляции, их свойства.
33. Характеристические функции случайных величин, их свойства. Выражение числовых характеристик случайных величин с помощью характеристических функций.
34. Неравенство Чебышева. Сходимость по вероятности. Закон больших чисел.
35. Теорема Чебышева. Устойчивость средних.
36. Теорема Бернулли. Устойчивость частот событий.
37. Теорема Ляпунова. Асимптотическая устойчивость.
38. Теорема Муавра-Лапласа и ее следствия.

Теоретические вопросы по математической статистике

1. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма. Теорема Гливенко.
2. Точечные оценки параметров распределения: несмещенность, состоятельность, эффективность. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии. Проверка несмещенности.
3. Метод максимального правдоподобия. Нахождение эффективных оценок. Примеры.
4. Проверка статистических гипотез. Ошибки первого и второго рода. Статистический критерий, уровень значимости и критическая область. Примеры.
5. Проверка статистических гипотез с помощью критерия χ^2 .
6. Интервальные оценки математического ожидания распределения с известной дисперсией.
7. Интервальные оценки математического ожидания нормального распределения с неизвестной дисперсией. Распределение Стьюдента.
8. Интервальные оценки дисперсии нормального распределения. Распределение χ^2 .

Теоретические вопросы по случайным процессам

1. Случайный процесс, сечения, реализации, конечномерные распределения.
2. Цепи Маркова. Переходные вероятности. Матрица переходных вероятностей, ее свойства.
3. Цепи Маркова. Матрица переходных вероятностей за N шагов, связь с матрицей переходных вероятностей.
4. Цепи Маркова. Эргодические теоремы. Отыскание предельных и стационарных распределений с помощью линейных систем.
5. Цепи Маркова. Классификация состояний. Граф состояний.
6. Марковский процесс с дискретным множеством состояний и непрерывным временем. Уравнения Колмогорова.

7. Распределение момента выхода марковского процесса из состояния. Марковское свойство показательного распределения.
8. Марковский процесс с двумя состояниями. Нестационарные и стационарные решения. Эргодичность.
9. Простейший поток событий. Пуассоновский процесс. Составление и решение уравнений Колмогорова для Пуассоновского процесса.
10. Процессы гибели и размножения. Примеры. Составление дифференциальных уравнений. Стационарные решения.
11. Система массового обслуживания (СМО) с отказами. Задача Эрланга. Составление дифференциальных уравнений. Стационарные решения. Характеристики СМО.
12. СМО с ожиданием. Составление дифференциальных уравнений, стационарные решения. Характеристики СМО.
13. Марковский процесс с непрерывным множеством состояний и непрерывным временем. Винеровский процесс.
14. Числовые характеристики случайного процесса. Их свойства.
15. Числовые характеристики комплекснозначного случайного процесса. Их свойства.
16. Производная и интеграл случайного процесса и их характеристики.
17. Каноническое разложение случайного процесса, характеристики канонического разложения.
18. Линейный оператор от случайного процесса, его характеристики.
19. Стационарные процессы. Корреляционная функция стационарного процесса, ее свойства.
20. Стационарный гауссовский процесс.
21. Стационарные процессы с дискретным спектром. Спектральное разложение корреляционной функции на отрезке.
22. Стационарные процессы с непрерывным спектром. Спектральное разложение корреляционной функции на оси. Спектральная плотность.
23. Спектральная плотность стационарного процесса, ее свойства. Дисперсия процесса. Процесс «белый шум».
24. Стационарная линейная система. Передаточная функция и частотная характеристика.
25. Преобразование стационарного процесса стационарной линейной системой. Дисперсия процесса на выходе.
26. Преобразование случайных сигналов электрическими сетями